

УДК 539.3

doi:10.24412/0136-4545-2025-4-72-85

EDN:GQVPWL

©2025. Е.С. Глушанков<sup>1</sup>

## ВЛИЯНИЕ ДЕФЕКТОВ ТИПА ТРЕЩИН НА ТЕРМОЭЛЕКТРОМАГНИТОУПРУГОЕ СОСТОЯНИЕ ПЛАСТИНОК ИЗ ПЬЕЗОМАТЕРИАЛОВ. I

В данной работе рассмотрено влияние краевых трещин, выходящих из контуров пластинки, на термоэлектромагнитоупругое состояние пластинки около этих контуров при действии линейного потока тепла. Пластинка полагалась изготовленной из пьезоматериала. С помощью численных исследований установлены закономерности влияния конфигурации отверстий и трещин, их размеров, а также температурных граничных условий на их контурах на значения температурных напряжений в окрестности контуров отверстий.

**Ключевые слова:** многосвязная пластинки, трещины, линейный поток тепла, температурные напряжения, коэффициенты интенсивности напряжений, комплексные потенциалы.

**Введение.** Во многих областях науки и техники в качестве конструктивных элементов широко применяются пластинки, изготовленные из пьезоматериалов. По технологическим или эксплуатационным причинам эти пластинки могут содержать концентраторы напряжений типа отверстий или трещин. При эксплуатации пластинки могут подвергаться действию температурных полей, которые способны породить высокие концентрации напряжений в пластинке. Это следует учитывать при проектировании и эксплуатации конструкций [1–3]. К настоящему времени было проведено множество исследований температурного воздействия на пластинки с электроупругими свойствами [4], в том числе, действия линейного потока тепла [5].

В данной работе на основе известного решения задачи о действии линейного потока тепла в многосвязной пластинке из пьезоматериала [5] исследовано влияние краевых трещин, выходящих из контуров отверстий в пластинке, на значения температурных напряжений окрестности этих контуров в зависимости от их конфигурации, размеров и тепловых граничных условий. Дополнительно исследовано термонапряженное состояние около вершин трещин (значения коэффициентов интенсивности напряжений). Проведены численные исследования

---

*Glushankov Evgenij Sergeevich* – Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, Donetsk State University, Donetsk, Faculty of Mathematics and Information Technologies, Chair of Theory of Elasticity and Computational Mathematics named after Academician A.S. Kosmodamiansky.

<sup>1</sup>*Глушанков Евгений Сергеевич* – канд. физ.-мат. наук, доц. каф. теории упругости и вычислительной математики имени акад. А.С. Космодамианского ф-та матем. и информ. технологий ДонГУ, Донецк, e-mail: evgenij.glushankov@gmail.com.

термоэлектромагнитоупругого состояния находящейся под действием линейного потока тепла пластинки с круговым отверстием и краевой трещиной, направленной вдоль либо поперек действия потока тепла с установлением закономерностей влияния вышеуказанных факторов на значения напряжений в пластинке.

**1. Постановка и решение задачи о действии линейного потока тепла.**

Рассмотрим пластинку из пьезоматериала, находящуюся в условиях обобщенного плоского термоэлектромагнитоупругого состояния, занимающую бесконечную многосвязную область  $S$ , ограниченную контурами эллиптических отверстий  $L_l$  ( $l = \overline{1, \mathcal{L}}$ ) с центрами  $O_l(x_{0l}, y_{0l})$ , полуосями  $a_l, b_l$ , углами поворота  $\varphi_l$  (рис. 1). Контур  $L_l$

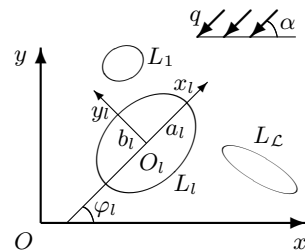


Рис. 1

могут располагаться произвольно относительно друг друга, в том числе, касаться, пересекаться, переходить в прямолинейные разрезы. На контурах пластинки заданы значения температуры  $T_l$  либо плотности теплового потока  $q_{ln}$ . Контур не подкреплён либо жёстко подкреплён, электромагнитные воздействия отсутствуют. На бесконечности под углом  $\alpha$  к оси  $Ox$  действует линейный тепловой поток плотности  $q$ , а механические и электромагнитные воздействия отсутствуют.

Если несвязанную задачу определения термоэлектромагнитоупругого состояния пластинки из пьезоматериала решать с использованием комплексных потенциалов, то она сводится к последовательному определению комплексного потенциала теплопроводности  $F_5(z_5)$ , а затем комплексных потенциалов термоэлектромагнитоупругости  $\Phi_k(z_k)$  ( $k = \overline{1, 4}$ ) из граничных условий соответственно задачи теплопроводности и задачи термоэлектромагнитоупругости.

Комплексный потенциал теплопроводности  $F_5(z_5)$  является функцией обобщенной комплексной переменной  $z_5$ , которая определяется аффинным преобразованием вида

$$z_5 = x + \mu_5 y. \tag{1}$$

Здесь  $\mu_5$  – корень характеристического уравнения теплопроводности [4, 5]

$$k_{22}\mu^2 + 2k_{12}\mu + k_{11} = 0, \tag{2}$$

где  $k_{ij}$  – коэффициенты теплопроводности материала пластинки. После определения функции  $F_5(z_5)$  значения основных характеристик температурного поля (относительной температуры  $T$ , плотностей потока тепла  $q_x, q_y$ ) в точках пластинки определяются по формулам [4, 5]

$$T = T^* + 2 \operatorname{Re} F_5(z_5), \tag{3}$$

$$(q_x, q_y) = (q_x^*, q_y^*) + 2 \operatorname{Re} i\kappa (\mu_5, -1) F_5'(z_5), \tag{4}$$

где

$$T^* = q(t_x x + t_y y),$$

$$t_x = \frac{k_{22} \cos \alpha - k_{12} \sin \alpha}{\kappa^2}, \quad t_y = \frac{k_{11} \sin \alpha - k_{12} \cos \alpha}{\kappa^2},$$

$$q_x^* = -q \cos \alpha, \quad q_y^* = -q \sin \alpha,$$

$$\kappa = \sqrt{k_{11}k_{22} - k_{12}^2}.$$

Комплексные потенциалы термоэлектромагнитоупругости  $\Phi_k(z_k)$  ( $k = \overline{1, 4}$ ) являются функциями обобщенных комплексных переменных  $z_k$  ( $k = \overline{1, 4}$ ), которые определяются аффинными преобразованиями вида

$$z_k = x + \mu_k y. \quad (5)$$

Здесь  $\mu_k$  ( $k = \overline{1, 4}$ ) – корни характеристического уравнения электромагнитоупругости [4, 5]

$$l_8(\mu) = 0, \quad (6)$$

где

$$l_8(\mu) = \begin{vmatrix} l_{4s}(\mu) & l_{3g}(\mu) & l_{3p}(\mu) \\ l_{3g}(\mu) & l_{2\beta}(\mu) & l_{2\nu}(\mu) \\ l_{3p}(\mu) & l_{2\nu}(\mu) & l_{2\chi}(\mu) \end{vmatrix},$$

$$l_{4s}(\mu) = s_{11}\mu^4 - 2s_{16}\mu^3 + (2s_{12} + s_{66})\mu^2 - 2s_{26}\mu + s_{22},$$

$$l_{3g}(\mu) = g_{11}\mu^3 - (g_{21} + g_{16})\mu^2 + (g_{12} + g_{26})\mu - g_{22},$$

$$l_{3p}(\mu) = p_{11}\mu^3 - (p_{21} + p_{16})\mu^2 + (p_{12} + p_{26})\mu - p_{22},$$

$$l_{2\beta}(\mu) = -\beta_{11}\mu^2 + 2\beta_{12}\mu - \beta_{22},$$

$$l_{2\nu}(\mu) = -\nu_{11}\mu^2 + 2\nu_{12}\mu - \nu_{22},$$

$$l_{2\chi}(\mu) = -\chi_{11}\mu^2 + 2\chi_{12}\mu - \chi_{22};$$

$s_{ij}$  – коэффициенты деформации материала;  $g_{ij}$  и  $p_{ij}$  – пьезоэлектрические и пьезомагнитные модули материала;  $\beta_{ij}$ ,  $\nu_{ij}$  и  $\chi_{ij}$  – коэффициенты диэлектрической, электромагнитной и магнитной проницаемости материала;  $\alpha_i$  – коэффициенты теплового расширения материала;  $t_i$  и  $m_i$  – пирозлектрические и пирромагнитные модули материала. После определения функций  $\Phi_k(z_k)$  значения основных характеристик термоэлектромагнитоупругого состояния (напряжений  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$ ,  $\tau_{xy}$ ; индукций электрического поля  $D_x$ ,  $D_y$ ; индукций магнитного поля  $B_x$ ,  $B_y$ ; напряженностей электрического поля  $E_x$ ,  $E_y$ ; напряженностей магнитного поля  $H_x$ ,  $H_y$ ; перемещений  $u$ ,  $v$ ; потенциала электрического поля  $\varphi$ ; потенциала магнитного поля  $\psi$ ) в точках пластинки можно определять по формулам [4, 5]

$$(\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}) = 2 \operatorname{Re} \sum_{k=1}^5 (\mu_k^2, 1, -\mu_k) \Phi'_k(z_k); \quad (7)$$

$$(D_x, D_y, B_x, B_y) = 2 \operatorname{Re} \sum_{k=1}^5 (\nu_k \mu_k, -\nu_k, \rho_k \mu_k, -\rho_k) \Phi'_k(z_k); \quad (8)$$

$$(E_x, E_y, H_x, H_y) = (E_x^*, E_y^*, H_x^*, H_y^*) - 2 \operatorname{Re} \sum_{k=1}^5 (r_k^0, \mu_k r_k^0, h_k^0, \mu_k h_k^0) \Phi_k'(z_k); \quad (9)$$

$$(u, v, \varphi, \psi) = (u^*, v^*, \varphi^*, \psi^*) + 2 \operatorname{Re} \sum_{k=1}^5 (p_k, q_k, r_k^0, h_k^0) \Phi_k(z_k). \quad (10)$$

Здесь

$$\nu_k = \frac{l_{3p}(\mu_k)l_{2\nu}(\mu_k) - l_{3g}(\mu_k)l_{2\chi}(\mu_k)}{l_{2\beta}(\mu_k)l_{2\chi}(\mu_k) - l_{2\nu}^2(\mu_k)} \quad (k = \overline{1, 4}), \quad \nu_5 = \frac{r_\chi}{r_5},$$

$$\rho_k = \frac{l_{5g}(\mu_k)l_{2\nu}(\mu_k) - l_{5p}(\mu_k)l_{2\beta}(\mu_k)}{l_{2\beta}(\mu_k)l_{2\chi}(\mu_k) - l_{2\nu}^2(\mu_k)} \quad (k = \overline{1, 4}), \quad \rho_5 = \frac{r_\omega}{r_5},$$

$$r_5 = \frac{l_5(\mu_5)}{l_8(\mu_5)}, \quad r_\chi = \frac{l_\chi(\mu_5)}{l_8(\mu_5)}, \quad r_\omega = \frac{l_\omega(\mu_5)}{l_8(\mu_5)},$$

$$l_5(\mu_5) = \begin{vmatrix} l_{2\alpha}(\mu_5) & l_{3g}(\mu_5) & l_{3p}(\mu_5) \\ l_{1t}(\mu_5) & l_{2\beta}(\mu_5) & l_{2\nu}(\mu_5) \\ l_{1m}(\mu_5) & l_{2\nu}(\mu_5) & l_{2\chi}(\mu_5) \end{vmatrix},$$

$$l_\chi(\mu_5) = \begin{vmatrix} l_{4s}(\mu_5) & l_{2\alpha}(\mu_5) & l_{3p}(\mu_5) \\ l_{3g}(\mu_5) & l_{1t}(\mu_5) & l_{2\nu}(\mu_5) \\ l_{3p}(\mu_5) & l_{1m}(\mu_5) & l_{2\chi}(\mu_5) \end{vmatrix},$$

$$l_\omega(\mu_5) = \begin{vmatrix} l_{4s}(\mu_5) & l_{3g}(\mu_5) & l_{2\alpha}(\mu_5) \\ l_{3g}(\mu_5) & l_{2\beta}(\mu_5) & l_{1t}(\mu_5) \\ l_{3p}(\mu_5) & l_{2\nu}(\mu_5) & l_{1m}(\mu_5) \end{vmatrix},$$

$$l_{2\alpha}(\mu_5) = -\alpha_1 \mu_5^2 + \alpha_6 \mu_5 - \alpha_2,$$

$$l_{1t}(\mu_5) = t_1 \mu_5 - t_2,$$

$$l_{1m}(\mu_5) = m_1 \mu_5 - m_2,$$

$$p_k = s_{11} \mu_k^2 - s_{16} \mu_k + s_{12} + (g_{11} \mu_k - g_{12}) \nu_k + (p_{11} \mu_k - p_{12}) \rho_k + \frac{\delta_{k5} \alpha_1}{r_5},$$

$$q_k = s_{12} \mu_k - s_{26} + \frac{s_{22}}{\mu_k} - \left( g_{21} - \frac{g_{22}}{\mu_k} \right) \nu_k - \left( p_{21} - \frac{p_{22}}{\mu_k} \right) \rho_k + \frac{\delta_{k5} \alpha_2}{r_5 \mu_5},$$

$$r_k^0 = g_{11} \mu_k^2 - g_{16} \mu_k + g_{12} - (\beta_{11} \mu_k - \beta_{12}) \nu_k - (\nu_{11} \mu_k - \nu_{12}) \rho_k + \frac{\delta_{k5} t_1}{r_5},$$

$$h_k^0 = p_{11} \mu_k^2 - p_{16} \mu_k + p_{12} - (\nu_{11} \mu_k - \nu_{12}) \nu_k - (\chi_{11} \mu_k - \chi_{12}) \rho_k + \frac{\delta_{k5} m_1}{r_5},$$

$$(E_x^*, E_y^*, H_x^*, H_y^*) = (t_1, t_2, m_1, m_2) T^*,$$

$$u^* = q \left( \frac{\alpha_1 t_x}{2} x^2 - \frac{\alpha_2 t_x - \alpha_6 t_y}{2} y^2 + \alpha_1 t_y x y \right),$$

$$\begin{aligned}
 v^* &= q \left( \frac{\alpha_2 t_y}{2} y^2 - \frac{\alpha_1 t_y - \alpha_6 t_x}{2} x^2 + \alpha_2 t_x xy \right), \\
 \varphi^* &= -q \left( \frac{t_1 t_x}{2} x^2 - \frac{t_2 t_y}{2} y^2 - t_1 t_x xy \right), \\
 \psi^* &= -q \left( \frac{m_1 t_x}{2} x^2 - \frac{m_2 t_y}{2} y^2 - m_1 t_x xy \right), \\
 \Phi_5(z_5) &= r_5 \int F_5(z_5) dz_5,
 \end{aligned}$$

$\delta_{ij}$  – символ Кронекера.

В общем случае эти функции принимают вид [4, 5]

$$F_5(z_5) = c_5 + \sum_{l=1}^{\mathcal{L}} D_{5l} w_{5l}(z_5) + \sum_{l=1}^{\mathcal{L}} \sum_{n=1}^{\infty} c_{5ln} \varphi_{5ln}(z_5), \quad (11)$$

$$\Phi_k(z_k) = N_k(z_k) + \sum_{l=1}^{\mathcal{L}} \sum_{n=1}^{\infty} a_{kln} \varphi_{kln}(z_k). \quad (12)$$

Здесь  $c_5, D_{5l}$  – вещественные постоянные, определяемые из граничных условий задачи теплопроводности;  $w_{5l}(z_5) = \ln(z_5 - z_{5l})$ ;  $z_{5l}$  – точки, соответствующие при аффинном преобразовании (1) произвольным точкам внутри контуров  $L_l$ ;  $c_{5ln}$  – комплексные постоянные, определяемые из граничных условий задачи теплопроводности;  $\varphi_{5ln}(z_5) = \zeta_{5l}^{-n}$ ;  $\zeta_{5l}$  – комплексные переменные, определяемые из конформных отображений;

$$N_k(z_k) = \Gamma_k z_k + \sum_{l=1}^{\mathcal{L}} (A_{kl} z_k + B_{kl}) w_{kl}(z_k);$$

$\Gamma_k, A_{kl}, B_{kl}$  – комплексные постоянные, определяемые из решений систем линейных алгебраических уравнений

$$\begin{aligned}
 &2 \operatorname{Re} \sum_{k=1}^4 (1, \mu_k, \mu_k^2, q_k - \mu_k p_k, \nu_k, \mu_k \nu_k, \rho_k, \mu_k \rho_k) \Gamma_k = \\
 &= -2 \operatorname{Re} (1, \mu_5, \mu_5^2, q_5 - \mu_5 p_5, \nu_5, \mu_5 \nu_5, \rho_5, \mu_5 \rho_5) \Gamma_5, \\
 &2 \operatorname{Re} \sum_{k=1}^4 (1, \mu_k, p_k, q_k, \nu_k, \rho_k, r_k^0, h_k^0) i A_{kl} = \\
 &= -2 \operatorname{Re} (1, \mu_5, p_5, q_5, \nu_5, \rho_5, r_5^0, h_5^0) i A_{5l}, \\
 &2 \operatorname{Re} \sum_{k=1}^4 (1, \mu_k, p_k, q_k, \nu_k, \rho_k, r_k^0, h_k^0) i B_{kl} = \\
 &= -2 \operatorname{Re} (1, \mu_5, p_5, q_5, \nu_5, \rho_5, r_5^0, h_5^0) i B_{5l};
 \end{aligned}$$

$\Gamma_5 = r_5 c_5$ ;  $A_{5l} = r_5 D_{5l}$ ;  $B_{5l} = r_5 (c_{5l} R_{5l} - D_{5l} z_{5l})$ ;  $w_{kl} = \ln(z_k - z_{kl})$ ;  $z_{kl}$  – точки, соответствующие при аффинном преобразовании (5) произвольным точкам внутри контуров  $L_l$ ;  $a_{kln}$  – комплексные постоянные, определяемые из граничных условий задачи термоэлектромагнитоупругости;  $\varphi_{kln}(z_k) = \zeta_{kl}^{-n}$ ;  $\zeta_{kl}$  – комплексные переменные, определяемые из конформных отображений.

В локальных системах координат  $O_l x_l y_l$  уравнения эллипсов (рис. 1) в параметрической форме принимают вид [4]

$$x_l = a_l \cos \theta, \quad y_l = b_l \sin \theta,$$

а в основной системе координат  $Oxy$  –

$$\begin{aligned} x &= x_{0l} + x_l \cos \varphi_l - y_l \sin \varphi_l, \\ y &= y_{0l} + x_l \sin \varphi_l + y_l \cos \varphi_l, \end{aligned}$$

где  $\theta$  ( $0 \leq \theta \leq 2\pi$ ) – угловой параметр уравнения эллипса.

Комплексные переменные  $\zeta_{kl}$  ( $k = \overline{1, 5}$ ) определяются из конформных отображений внешностей единичных кругов  $|\zeta_{kl}| \geq 1$  на внешности эллипсов  $L_{kl}$  [4]

$$z_k = z_{kl} + R_{kl} \left( \zeta_{kl} + \frac{m_{kl}}{\zeta_{kl}} \right), \quad (13)$$

где

$$\begin{aligned} z_{kl} &= x_{0l} + \mu_k y_{0l}, \\ R_{kl} &= \frac{a_l (\cos \varphi_l + \mu_k \sin \varphi_l) + i b_l (\sin \varphi_l - \mu_k \cos \varphi_l)}{2}, \\ m_{kl} &= \frac{a_l (\cos \varphi_l + \mu_k \sin \varphi_l) - i b_l (\sin \varphi_l - \mu_k \cos \varphi_l)}{2R_{kl}}. \end{aligned}$$

Функция  $F_5(z_5)$  должна удовлетворять граничному условию [4, 5]

$$2 \operatorname{Re} d_l F_5(\tau_5) = f_l(\tau), \quad (14)$$

где  $\tau_5$  – точка, получаемая из граничной точки при аффинном преобразовании (1);  $\tau$  – аффикс граничной точки. В случае задания на контуре  $L_l$  значений температуры  $T_l$

$$d_l = 1, \quad f_l(\tau) = T_l,$$

а в случае задания плотности потока тепла  $q_{nl}$  по направлению нормали

$$d_l = i\kappa, \quad f_l(\tau) = \int_0^s (q_n^*(\tau) - q_{nl}(\tau)) ds + c_l;$$

$q_n^*(\tau) = q_x^* \cos(nx) + q_y^* \sin(ny)$ ;  $c_l$  – неизвестные постоянные интегрирования.

Функции  $\Phi_k(z_k)$  ( $k = \overline{1, 4}$ ) должны удовлетворять граничным условиям [4, 5]

$$\begin{aligned} & 2 \operatorname{Re} \sum_{k=1}^4 (d_{kl1}, d_{kl2}, d_{kl3}, d_{kl4}) \delta_{k,s}(\tau_k) \Phi'_k(\tau_k) = \\ & = \left( \frac{df_{l1}}{ds}(\tau), \frac{df_{l2}}{ds}(\tau), \frac{df_{l3}}{ds}(\tau), \frac{df_{l4}}{ds}(\tau) \right) - \\ & - 2 \operatorname{Re} (d_{5l1}, d_{5l2}, d_{5l3}, d_{5l4}) \delta_{5,s}(\tau_5) r_5 F_5(\tau_5), \end{aligned} \quad (15)$$

где  $\tau_k$  ( $k = \overline{1, 4}$ ) – точки, получаемые из граничной точки при аффинных преобразованиях (5);  $\delta_{k,s}(\tau_k) = d\tau_k/ds$ . Для неподкрепленных контуров

$$\begin{aligned} (d_{kl1}, d_{kl2}, d_{kl3}, d_{kl4}) &= (1, \mu_k, \nu_k, \rho_k), \\ (f_{l1}(\tau), f_{l2}(\tau), f_{l3}(\tau), f_{l4}(\tau)) &= (c_{l1}, c_{l2}, c_{l3}, c_{l4}), \end{aligned}$$

а для жестко подкрепленных контуров

$$\begin{aligned} (d_{kl1}, d_{kl2}, d_{kl3}, d_{kl4}) &= (p_k, q_k, \nu_k, \rho_k), \\ (f_{l1}(\tau), f_{l2}(\tau), f_{l3}(\tau), f_{l4}(\tau)) &= (u_l(\tau) - u^*(\tau), v_l(\tau) - v^*(\tau), c_{l3}, c_{l4}); \end{aligned}$$

$c_{lp}$  – неизвестные постоянные интегрирования;  $u_l(\tau), v_l(\tau)$  – заданные на границе значения перемещений.

В общем случае многосвязной области (рис. 1) неизвестные постоянные  $c_5, D_l, c_{5ln}, a_{kln}$  определяются из граничных условий (14) и (15) с использованием метода наименьших квадратов. Для этого на контурах  $L_j$  выбирается система точек  $M_{jm}$  ( $m = \overline{1, \mathcal{M}_i}$ ), в которых минимизируются невязки граничных условий соответствующих задач.

В задаче теплопроводности при подстановке функции (11) в граничное условие (14) для определения неизвестных постоянных  $c_5, D_l, c_{5ln}$  получается система линейных алгебраических уравнений [4, 5]

$$\begin{aligned} 2 \operatorname{Re} d_j c_5 + 2 \operatorname{Re} \sum_{l=1}^{\mathcal{L}} d_j w_{5l}(\tau_{5jm}) D_{5l} + 2 \operatorname{Re} \sum_{l=1}^{\mathcal{L}} \sum_{n=1}^{\infty} d_j \varphi_{5ln}(\tau_{5jm}) c_{5ln} &= f_j(\tau_{jm}) \\ (j = \overline{1, \mathcal{L}}, m = \overline{1, \mathcal{M}_j}), \end{aligned} \quad (16)$$

где  $\tau_{5jm} = x_{jm} + \mu_5 y_{jm}$ ,  $\tau_{jm}$  – аффикс точки  $M_{jm}$ . Систему (16) можно решать с использованием метода сингулярных разложений [6, 7]. После решения этой системы постоянные  $c_5, D_l, c_{5ln}$ , а следовательно, и комплексный потенциал теплопроводности (11) будут известны. По известной функции можно в любой точке найти температуру и плотности потока тепла по формулам (3)–(4).

В задаче термоэлектромагнитоупругости при подстановке функций (11) и (12) в условия (15) для определения неизвестных постоянных  $a_{kln}$  получается

система линейных алгебраических уравнений [4, 5]

$$\begin{aligned}
 & 2 \operatorname{Re} \sum_{k=1}^4 \sum_{l=1}^{\mathcal{L}} \sum_{n=1}^{\infty} d_{kjp} \delta_{k,s}(\tau_{kjm}) \varphi'_{kln}(t_{kjm}) a_{kln} = \\
 & = -2 \operatorname{Re} \sum_{k=1}^4 d_{kjp} \delta_{k,s}(\tau_{kjm}) N'_k(t_{kjm}) - \\
 & -2 \operatorname{Re} d_{5jp} \delta_{5,s}(\tau_{5jm}) r_5 F_5(t_{5jm}) + \frac{df_{jp}}{ds}(t_{jm}) \\
 & (j = \overline{1, \mathcal{L}}, m = \overline{1, \mathcal{M}_j}, p = \overline{1, 4}),
 \end{aligned} \tag{17}$$

где  $\tau_{kim} = x_{im} + \mu_k y_{im}$ . Систему (17) можно решать с использованием метода сингулярных разложений [6, 7]. После решения этой системы постоянные  $a_{kln}$ , а следовательно, комплексные потенциалы термоэлектромагнитоупругости (12) будут известны, и по ним можно находить значения основных характеристик термоэлектромагнитоупругого состояния в точках пластинки по формулам (7)–(10) [4, 5]. Если эллипс  $L_l$  в предельном случае трансформируется в прямолинейный разрез ( $b_l \rightarrow 0$ ), то можно вычислить и коэффициенты интенсивности напряжений, индукций и напряженностей по формулам [5]

$$\begin{aligned}
 k_1^{\pm} &= 2 \operatorname{Re} \sum_{k=1}^4 [\mu_k^2 \sin^2 \varphi_l + \cos^2 \varphi_l + 2\mu_k \sin \varphi_l \cos \varphi_l] M_{kl}^{\pm}, \\
 k_2^{\pm} &= 2 \operatorname{Re} \sum_{k=1}^4 [(1 - \mu_k^2) \sin \varphi_l \cos \varphi_l - \mu_k (\cos^2 \varphi_l - \sin^2 \varphi_l)] M_{kl}^{\pm}, \\
 k_D^{\pm} &= 2 \operatorname{Re} \sum_{k=1}^4 [-\nu_k \cos \varphi_l - \nu_k \mu_k \sin \varphi_l] M_{kl}^{\pm}, \\
 k_E^{\pm} &= 2 \operatorname{Re} \sum_{k=1}^4 [r_k^0 \mu_k \cos \varphi_l - r_k^0 \sin \varphi_l] M_{kl}^{\pm}, \\
 (k_B^{\pm}, k_H^{\pm}) &= 2 \operatorname{Re} \sum_{k=1}^4 [-\rho_k \cos \varphi_l - \rho_k \mu_k \sin \varphi_l] M_{kl}^{\pm}, \\
 (k_B^{\pm}, k_H^{\pm}) &= 2 \operatorname{Re} \sum_{k=1}^4 [h_k^0 \mu_k \cos \varphi_l - h_k^0 \sin \varphi_l] M_{kl}^{\pm},
 \end{aligned}$$

где

$$M_{kl}^{\pm} = \frac{1}{\sqrt{a_l}} \left( A_{kl}(z_{kl} \pm a_l) + B_{kl} - \sum_{n=1}^{\infty} (\pm 1)^n n a_{kln} \right).$$

**2. Численные исследования.** Были проведены численные исследования термоэлектромагнитоупругого состояния пластинок с круговым отверстием радиуса  $a$  ( $a_1 = b_1 = a$ ) и горизонтальной (рис. 2, а) или вертикальной (рис. 2, б) краевой трещиной длины  $\ell$  ( $a_2 = b_2 = \ell/2$ ). Контур отверстия и берега трещин полагались неподкрепленными.

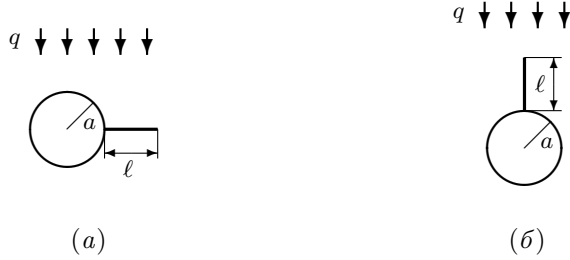


Рис. 2

Пластинки полагались изготовленными из следующих материалов:

- композит  $BaTiO_3 - CoFe_2O_4$  (материал М1) [9, 10]:

$$\begin{aligned} s_{11} &= 7,165s_0, & s_{22} &= 6,797s_0, & s_{66} &= 19,912s_0, & s_{12} &= -2,337s_0, \\ g_{16} &= 2,028g_0, & g_{21} &= -0,496g_0, & g_{22} &= 1,157g_0, \\ p_{16} &= 1,850p_0, & p_{21} &= 0,576p_0, & p_{22} &= 1,186p_0, \\ \beta_{11} &= 0,156\beta_0, & \beta_{22} &= 0,137\beta_0, & \nu_{11} &= -0,190\nu_0, & \nu_{22} &= -0,185\nu_0, \\ \chi_{11} &= 0,336\chi_0, & \chi_{22} &= 0,119\chi_0, & \alpha_1 &= 8,530\alpha_0, & \alpha_2 &= 1,990\alpha_0, \\ t_2 &= 133,000t_0, & m_2 &= 133,000m_0, & k_{11} &= 2,5k_0, & k_{22} &= 2,5k_0; \end{aligned}$$

- композит на основе  $CdSe$  и  $BaTiO_3$  (материал М2) [9, 11]:

$$\begin{aligned} s_{11} &= 22,260s_0, & s_{22} &= 14,984s_0, & s_{66} &= 47,481s_0, & s_{12} &= -6,437s_0, \\ g_{16} &= 109,220g_0, & g_{21} &= -4,333g_0, & g_{22} &= 8,016g_0, \\ p_{16} &= 268,318p_0, & p_{21} &= 17,778p_0, & p_{22} &= 31,206p_0, \\ \beta_{11} &= 19,612\beta_0, & \beta_{22} &= 10,612\beta_0, & \nu_{11} &= 213,404\nu_0, & \nu_{22} &= -5,534\nu_0, \\ \chi_{11} &= 0,590\chi_0, & \chi_{22} &= 0,575\chi_0, & \alpha_1 &= -3,031\alpha_0, & \alpha_2 &= -0,608\alpha_0, \\ t_2 &= 40,853t_0, & m_2 &= 0,394m_0, & k_{11} &= 9,0k_0, & k_{22} &= 9,0k_0; \end{aligned}$$

- композит на основе  $PZT - 4$  и  $CoFe_2O_4$  (материал М3) [9, 11]:

$$\begin{aligned} s_{11} &= 10,745s_0, & s_{22} &= 7,398s_0, & s_{66} &= 7,637s_0, & s_{12} &= -2,542s_0, \\ g_{16} &= 2,054g_0, & g_{21} &= -1,159g_0, & g_{22} &= 2,458g_0, \\ p_{16} &= 98,843p_0, & p_{21} &= 12,102p_0, & p_{22} &= 22,268p_0, \\ \beta_{11} &= 0,106\beta_0, & \beta_{22} &= 0,090\beta_0, & \nu_{11} &= -14,931\nu_0, & \nu_{22} &= -3,740\nu_0, \\ \chi_{11} &= 0,805\chi_0, & \chi_{22} &= 0,704\chi_0, & \alpha_1 &= -1,578\alpha_0, & \alpha_2 &= -0,326\alpha_0, \\ t_2 &= 2,405t_0, & m_2 &= 0,207m_0, & k_{11} &= 1,2k_0, & k_{22} &= 1,5k_0. \end{aligned}$$

Здесь приняты такие обозначения:  $s_0 = 10^{-6}$  МПа $^{-1}$ ,  $g_0 = 10^{-2}$  МКл $^{-1} \cdot \text{м}^2$ ,  
 $p_0 = 10^{-5}$  МТл $^{-1}$ ,  $\beta_0 = 10^3$  МН  $\cdot \text{м}^2 \cdot \text{МКл}^{-2}$ ,  $\nu_0 = 10^{-1}$  МКл $^{-1} \cdot \text{м} \cdot \text{МА}$ ,  
 $\chi_0 = 10^{-1}$  МПа  $\cdot \text{МТл}^{-1}$ ,  $\alpha_0 = 10^{-6}$  К $^{-1}$ ,  $t_0 = 10^{-3}$  МН  $\cdot (\text{МКл} \cdot \text{К})^{-1}$ ,  
 $m_0 = 10^{-3}$  МА  $\cdot (\text{м} \cdot \text{К})^{-1}$ ,  $k_0 = 1$  Вт  $\cdot (\text{м} \cdot \text{К})^{-1}$ .

При проведении численных исследований количество членов в рядах Лорана для функций (11) и (12) и «коллокационных точек»  $M_j$  на контурах  $L_j$ , для которых составлялись системы линейных алгебраических уравнений (16) и (17), увеличивались до тех пор, пока граничные условия на контурах не удовлетворялись с достаточно высокой степенью точности (относительная погрешность не становилась менее сотых долей процента). Для этого, как показали исследования, в решаемых задачах, в зависимости от геометрических и упругих характеристик пластинок необходимо было в указанных рядах оставлять от 50 до 100 членов, на каждом из контуров брать от 400 до 1000 «коллокационных точек».

При этом решались следующие задачи: *задача термоэлектромагнитоупругости* (ТЭМУ), когда учитываются все свойства материала пластинки; *задача термоупругости* (ТУ), когда электромагнитные свойства материала пластинки не учитываются.

Таблица 1. Значения напряжений  $\sigma_s$ , МПа в точках контура отверстия (рис. 2, а, случай 1)

Тип задачи	$\theta$ , рад.	Значения $\ell/a$								
		0	0,25	0,5	0,75	1	1,25	1,5	1,75	2
Материал М1										
ТЭМУ	$\pi/12$	-0,188	-0,156	-0,097	-0,061	-0,044	-0,034	-0,028	-0,024	-0,022
	$\pi/4$	-0,448	-0,445	-0,430	-0,404	-0,376	-0,350	-0,328	-0,308	-0,293
	$\pi/2$	0,476	0,476	0,479	0,486	0,495	0,505	0,516	0,528	0,539
	$3\pi/4$	-0,448	-0,448	-0,448	-0,446	-0,444	-0,441	-0,437	-0,434	-0,430
ТУ	$\pi/12$	0,036	0,029	0,010	-0,003	-0,011	-0,016	-0,019	-0,021	-0,023
	$\pi/4$	0,204	0,203	0,198	0,187	0,176	0,163	0,151	0,140	0,131
	$\pi/2$	0,476	0,476	0,475	0,472	0,469	0,464	0,458	0,452	0,446
	$3\pi/4$	0,204	0,204	0,204	0,202	0,202	0,200	0,198	0,196	0,194
Материал М2										
ТЭМУ	$\pi/12$	-0,005	-0,003	0,006	0,006	0,009	0,009	0,005	0,010	0,010
	$\pi/4$	-0,011	-0,011	-0,014	-0,013	-0,014	-0,014	-0,011	-0,013	-0,012
	$\pi/2$	-0,015	-0,015	-0,014	-0,014	-0,013	-0,013	-0,013	-0,013	-0,012
	$3\pi/4$	-0,011	-0,011	-0,011	-0,011	-0,011	-0,011	-0,011	-0,010	-0,010
ТУ	$\pi/12$	-0,001	-0,001	0,000	0,000	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001
	$\pi/4$	-0,008	-0,008	-0,008	-0,007	-0,007	-0,006	-0,006	-0,005	-0,005
	$\pi/2$	-0,015	-0,015	-0,015	-0,015	-0,015	-0,014	-0,014	-0,014	-0,014
	$3\pi/4$	-0,008	-0,008	-0,008	-0,008	-0,008	-0,008	-0,008	-0,008	-0,007
Материал М3										
ТЭМУ	$\pi/12$	-0,029	-0,024	-0,014	-0,006	-0,003	0,000	0,001	0,002	0,003
	$\pi/4$	-0,110	-0,109	-0,106	-0,100	-0,093	-0,086	-0,080	-0,076	-0,071
	$\pi/2$	-0,091	-0,091	-0,090	-0,089	-0,087	-0,084	-0,081	-0,078	-0,075
	$3\pi/4$	-0,110	-0,110	-0,110	-0,109	-0,109	-0,108	-0,107	-0,106	-0,105
ТУ	$\pi/12$	-0,014	-0,009	-0,001	0,002	0,004	0,005	0,006	0,006	0,006
	$\pi/4$	-0,090	-0,089	-0,085	-0,077	-0,070	-0,063	-0,058	-0,053	-0,049
	$\pi/2$	-0,094	-0,094	-0,093	-0,092	-0,091	-0,089	-0,088	-0,086	-0,084
	$3\pi/4$	-0,090	-0,090	-0,090	-0,089	-0,088	-0,087	-0,086	-0,084	-0,083

Угол действия потока тепла  $\alpha$  выбирался таким образом, чтобы для сплошной пластинки без отверстий и трещин не возникали индукции электромагнитного поля. Поскольку материалы М1 и М3 поляризованы вдоль оси  $Oy$ , то таким углом является [12] угол  $\alpha = \pi/2$ .

В таблице 1 для случая действия линейного теплового потока  $q$  с плотностью  $q = 1 \text{ Вт} \cdot (\text{м} \cdot \text{К})^{-1}$  приведены значения напряжений  $\sigma_s$ , МПа в точках контура кругового отверстия в пластинке с круговым отверстием и горизонтальной краевой трещиной (рис. 2, а), на контурах которых задана одинаковая температура (здесь и далее – условия 1), в зависимости от значения отношения  $\ell/a$ .

В таблице 2 приведены аналогичные значения напряжений  $\sigma_s$ , МПа в этой же пластинке для случая теплоизолированных контура отверстия и берегов трещин (здесь и далее – условия 2).

Таблица 2. Значения напряжений  $\sigma_s$ , МПа в точках контура отверстия (рис. 2, а, случай 2)

Тип задачи	$\theta$ , рад.	Значения $\ell/a$								
		0	0,25	0,5	0,75	1	1,25	1,5	1,75	2
Материал М1										
ТЭМУ	$\pi/12$	0,188	-0,006	-0,006	-0,135	-0,218	-0,269	-0,302	-0,321	-0,331
	$\pi/4$	0,448	0,412	0,412	0,321	0,188	0,033	-0,132	-0,299	-0,464
	$\pi/2$	-0,476	-0,509	-0,509	-0,551	-0,609	-0,680	-0,762	-0,852	-0,948
	$3\pi/4$	0,448	0,497	0,497	0,540	0,586	0,634	0,682	0,730	0,777
ТУ	$\pi/12$	-0,036	-0,034	-0,036	-0,037	-0,038	-0,039	-0,039	-0,039	-0,039
	$\pi/4$	-0,204	-0,220	-0,258	-0,307	-0,359	-0,413	-0,466	-0,518	-0,569
	$\pi/2$	-0,476	-0,498	-0,549	-0,619	-0,699	-0,788	-0,882	-0,980	-1,081
	$3\pi/4$	-0,204	-0,215	-0,242	-0,278	-0,322	-0,372	-0,426	-0,483	-0,544
Материал М2										
ТЭМУ	$\pi/12$	0,005	0,004	0,002	0,000	-0,002	-0,003	-0,004	-0,004	-0,005
	$\pi/4$	0,011	0,012	0,012	0,013	0,013	0,013	0,013	0,013	0,013
	$\pi/2$	0,015	0,016	0,018	0,021	0,024	0,027	0,030	0,034	0,037
	$3\pi/4$	0,011	0,012	0,013	0,014	0,016	0,018	0,020	0,022	0,024
ТУ	$\pi/12$	0,001	0,001	0,001	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002
	$\pi/4$	0,008	0,009	0,010	0,012	0,014	0,016	0,018	0,020	0,022
	$\pi/2$	0,015	0,016	0,017	0,019	0,022	0,024	0,027	0,030	0,033
	$3\pi/4$	0,008	0,008	0,009	0,011	0,012	0,014	0,016	0,018	0,021
Материал М3										
ТЭМУ	$\pi/12$	0,033	0,028	0,011	-0,002	-0,009	-0,014	-0,016	-0,018	-0,019
	$\pi/4$	0,123	0,127	0,133	0,133	0,130	0,126	0,121	0,116	0,111
	$\pi/2$	0,101	0,108	0,124	0,142	0,163	0,185	0,207	0,230	0,253
	$3\pi/4$	0,123	0,129	0,143	0,161	0,182	0,206	0,230	0,256	0,282
ТУ	$\pi/12$	0,015	0,013	0,010	0,008	0,008	0,008	0,007	0,007	0,007
	$\pi/4$	0,101	0,109	0,125	0,142	0,160	0,179	0,197	0,216	0,234
	$\pi/2$	0,105	0,110	0,122	0,138	0,155	0,173	0,192	0,212	0,232
	$3\pi/4$	0,101	0,107	0,120	0,139	0,160	0,183	0,208	0,234	0,262

В таблицах 3 и 4 для случая действия линейного теплового потока  $q$  с плотностью  $q = 1 \text{ Вт} \cdot (\text{м} \cdot \text{К})^{-1}$  приведены значения коэффициента интенсивности напряжений  $k_2^+$  для вершины трещины в этой же пластинке, в зависимости от значения отношения  $\ell/a$  для случаев условий 1 и условий 2 соответственно.

Таблица 3. Значения КИН  $k_2^+$  у вершины трещины (рис. 2, а, случай 1)

Тип задачи	Значения $\ell/a$							
	0,25	0,5	0,75	1	1,25	1,5	1,75	2
	Материал М1							
ТЭМУ	4,0540	7,3501	9,3944	10,4548	10,9510	11,0981	11,0283	10,8420
ТУ	-1,0143	-2,4683	-3,7245	-4,7132	-5,4646	-6,0324	-6,4604	-6,7808
	Материал М2							
ТЭМУ	0,0775	0,1241	0,1939	0,2379	0,2691	0,3042	0,3061	0,3154
ТУ	0,0417	0,0978	0,1439	0,1787	0,2042	0,2228	0,2364	0,2463
	Материал М3							
ТЭМУ	0,7386	1,5542	2,1120	2,4706	2,7036	2,8529	2,9463	3,0028
ТУ	0,4650	1,1104	1,5826	1,8913	2,0923	2,2235	2,3086	2,3628

Таблица 4. Значения КИН  $k_2^+$  у вершины трещины (рис. 2, а, случай 2)

Тип задачи	Значения $\ell/a$							
	0,25	0,5	0,75	1	1,25	1,5	1,75	2
	Материал М1							
ТЭМУ	-5,8713	-12,2037	-17,1461	-20,8524	-23,6594	-25,8473	-27,6177	-29,1123
ТУ	0,7796	2,3716	4,4228	6,7636	9,3026	11,9880	14,2200	17,6836
	Материал М2							
ТЭМУ	-0,1111	-0,2371	-0,3543	-0,4668	-0,5770	-0,6867	-0,7971	-0,9087
ТУ	-0,0320	-0,0953	-0,1733	-0,2595	-0,3511	-0,4467	-0,5454	-0,6469
	Материал М3							
ТЭМУ	-1,0200	-2,3436	-3,5586	-4,6815	-5,7556	-6,8106	-7,8638	-8,9254
ТУ	-0,4426	-1,3190	-2,2780	-3,2417	-4,2067	-5,1782	-6,1603	-7,1557

В таблице 5 для случая действия аналогичного линейного теплового потока приведены значения напряжений  $\sigma_s$ , МПа в точках контура кругового отверстия в пластинке из материала М1 с круговым отверстием и вертикальной краевой трещиной (рис. 2, б) для случая условий 1 в зависимости от значения отношения  $\ell/a$ , а в таблице 6 – значения коэффициента интенсивности напряжений  $k_1^+$  для вершины трещины в этой же пластинке для случая условий 1 в зависимости от значения отношения  $\ell/a$ .

**Выводы.** Из приведенных данных для случая пластинки отверстием с горизонтальной краевой трещиной видно, что длина трещины оказывает мало-выраженное влияние на термоэлектромагнитоупругое состояние около отверстия в случае 1 и оказывает существенное влияние в случае 2 – тогда с длиной трещины стремительно растут по модулю значения напряжений. Вместе с тем, установлено, что длина краевой трещины оказывает значительное влияние на значения КИН у ее вершины. Трещине большей длины соответствует большее значение КИН. Установлено, что более значительный рост КИН наблюдается в случае 2, нежели в случае 1. Пренебрежение электромагнитными свойствами материала (при решении задачи ТУ) существенно искажает истинные значения напряжений и КИН (при решении задачи ТЭМУ), поэтому при расчетах нельзя не учитывать эти свойства.

Таблица 5. Значения напряжений  $\sigma_s$  в точках контура отверстия (рис. 2, б, случай 1)

Тип задачи	$\theta$ , рад.	Значения $\ell/a$								
		0	0,25	0,5	0,75	1	1,25	1,5	1,75	2
ТЭМУ	$-\pi/2$	-0,476	-0,669	-0,811	-0,901	-0,954	-1,020	-1,079	-1,105	-1,133
	$-5\pi/12$	-0,120	-0,177	-0,222	-0,250	-0,266	-0,286	-0,305	-0,310	-0,318
	$-\pi/3$	0,330	0,471	0,569	0,631	0,671	0,717	0,759	0,784	0,805
	$-\pi/4$	0,448	0,696	0,872	0,984	1,053	1,136	1,210	1,249	1,285
	$-\pi/6$	0,357	0,645	0,852	0,983	1,062	1,158	1,244	1,285	1,325
	$-\pi/12$	0,188	0,489	0,704	0,839	0,918	1,015	1,102	1,138	1,176
	0	0,000	0,300	0,512	0,640	0,711	0,801	0,882	0,911	0,944
	$\pi/12$	-0,188	0,101	0,297	0,410	0,468	0,546	0,617	0,639	0,665
	$\pi/6$	-0,357	-0,095	0,073	0,163	0,203	0,266	0,325	0,342	0,364
	$\pi/4$	-0,448	-0,250	-0,134	-0,077	-0,054	-0,007	0,041	0,057	0,078
	$\pi/3$	-0,330	-0,278	-0,247	-0,227	-0,216	-0,184	-0,151	-0,135	-0,117
	$5\pi/12$	0,120	-0,095	-0,122	-0,123	-0,120	-0,115	-0,109	-0,105	-0,100
$\pi/2$	0,476	-	-	-	-	-	-	-	-	
ТУ	$-\pi/2$	-0,476	-0,598	-0,676	-0,726	-0,756	-0,793	-0,815	-0,840	-0,851
	$-5\pi/12$	-0,433	-0,549	-0,625	-0,673	-0,701	-0,737	-0,759	-0,782	-0,793
	$-\pi/3$	-0,327	-0,429	-0,497	-0,541	-0,567	-0,600	-0,621	-0,640	-0,649
	$-\pi/4$	-0,204	-0,290	-0,349	-0,387	-0,410	-0,438	-0,458	-0,473	-0,481
	$-\pi/6$	-0,102	-0,172	-0,223	-0,255	-0,275	-0,299	-0,318	-0,327	-0,334
	$-\pi/12$	-0,036	-0,096	-0,140	-0,167	-0,183	-0,203	-0,221	-0,228	-0,234
	0	0,000	-0,056	-0,096	-0,120	-0,134	-0,152	-0,170	-0,175	-0,183
	$\pi/12$	0,036	-0,026	-0,068	-0,093	-0,108	-0,126	-0,145	-0,152	-0,164
	$\pi/6$	0,102	0,021	-0,032	-0,063	-0,083	-0,104	-0,126	-0,138	-0,152
	$\pi/4$	0,204	0,089	0,013	-0,031	-0,059	-0,083	-0,104	-0,118	-0,132
	$\pi/3$	0,327	0,142	0,031	-0,019	-0,045	-0,062	-0,075	-0,083	-0,090
	$5\pi/12$	0,433	0,070	-0,012	-0,024	-0,026	-0,026	-0,026	-0,025	-0,025
$\pi/2$	0,476	-	-	-	-	-	-	-	-	

Таблица 6. Значения КИН  $k_1^+$  у вершины трещины (рис. 2, б, случай 1)

Тип задачи	Значения $\ell/a$							
	0,25	0,5	0,75	1	1,25	1,5	1,75	2
ТЭМУ	-0,8033	-1,7042	-2,6363	-3,4911	-4,2852	-5,2617	-6,3325	-7,8550
ТУ	3,4008	6,6432	10,3565	14,3779	18,3053	22,4355	27,2665	32,4185

Для случая пластинки с отверстием с вертикальной краевой трещиной видно, что длина трещины оказывает существенное влияние на ТЭМУС около отверстия в случае 1. Значения напряжений резко уменьшаются около точки выхода трещины на контур отверстия. В других частях контура напряжения, наоборот, резко возрастают с длиной трещины. Вместе с тем, установлено, что длина краевой трещины оказывает значительное влияние на значения КИН у ее вершины. Трещине большей длины соответствует большее значение КИН у ее конца. Как в случае горизонтальной краевой трещины, при решении задачи ТУ значения напряжений и КИН значительно искажаются, поэтому необходимо учитывать все свойства материала пластинки.

При этом, наибольшие напряжения возникают в пластинке из материала М1. Это связано тем, что материал М1 имеет, по сравнению с материалами М2 и М3, наименьшие коэффициенты деформации (наибольшую жесткость),

наименьшие пьезомагнитные коэффициенты, наибольшие пироэлектрические и пиромагнитные модули и наибольшие коэффициенты теплового расширения.

Исследования проводились в ФГБОУ ВО «ДонГУ» в рамках государственного задания (№ госрегистрации 124012400354-0).

1. Желудев И.С. Физика кристаллических диэлектриков / И.С. Желудев. – М.: Наука, 1968. – 463 с.
2. Можен Ж. Механика электромагнитных сплошных сред / Ж. Можен. – М.: Мир, 1991. – 560 с.
3. Партон В.З. Электромагнитоупругость пьезоэлектрических и электропроводных тел / В.З. Партон, Б.А. Кудрявцев. – М.: Наука, 1988. – 472 с.
4. Калоеров С.А. Плоская задача термоэлектромагнитоупругости для многосвязных сред / С.А. Калоеров, О.А. Сорочан // Прикладная механика. – 2009. – Т. 45, № 4. – С. 81–91.
5. Калоеров С.А. Действие линейного потока тепла в пьезопластинках с отверстиями и трещинами / С.А. Калоеров, Е.С. Глушанков // Вестн. Донец. нац. ун-та. Сер. А: Естеств. науки. – 2018. – № 1. – С. 15–26.
6. Воеводин В.В. Вычислительные основы линейной алгебры / В.В. Воеводин. – М.: Наука, 1977. – 304 с.
7. Форсайт Дж. Машинные методы математических вычислений / Дж. Форсайт, М. Малькольм, К. Моулер. – М.: Мир, 1980. – 280 с.
8. Калоеров С.А. Определение коэффициентов интенсивности напряжений, индукции и напряженности для многосвязных электроупругих многосвязных сред / С.А. Калоеров // Прикладная механика. – 2007. – Т. 43, № 6. – С. 56–62.
9. Калоеров С.А. Двумерные задачи электромагнитоупругости для многосвязных тел / С.А. Калоеров, А.В. Петренко. – Донецк: Юго-Восток, 2011. – 232 с.
10. Tian W.-Y. Multiple crack interaction problem in magneto-electro-elastic solids / W.-Y. Tian, U. Gabbert // Europ. J. Mech. Part A. – 2004. – Vol. 23. – P. 599–614.
11. Hou P.-F. Three-dimensional Green's function for a point heat source in two-phase transversely isotropic magneto-electro-thermo-elastic material / P.-F. Hou, G.-H. Teng, H.-R. Chen // Mech. Mat. – 2009. – Vol. 41. – P. 329–338.
12. Глушанков Е.С. Новое решение задачи о действии линейного потока тепла в сплошной пластинке из пьезоматериала / Е.С. Глушанков // Вестн. Донец. нац. ун-та. Сер. А: Естеств. науки. – 2025. – № 3. – С. 56–66. – DOI: 10.5281/zenodo.17052556. – EDN: MPSVJK.

**E.S. Glushankov**

### **The effect of crack-type defects on the thermo-electro-magneto-elastic state of piezoelectric plates. I.**

The article discusses the effect of the boundary cracks originated from the plate's contours on the thermo-electro-magneto-elastic state of the plate at these contours, under heat flux action. The plate is considered made of piezoelectric material. The patterns of the influence of the holes' and cracks' configuration, their sizes, and the thermal boundary conditions on the values of thermal stresses in the contours' neighborhood are obtained with the numerical studies.

**Keywords:** multiply connected plate, cracks, linear heat flux, thermal stresses, stress intensity factors, complex potentials.

*Статья поступила в редакцию 28.11.2025;  
доработана 15.12.2025;  
рекомендована к печати 24.12.2025.*